LMU LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN

Dipl. Soz. Maximilian Sonnauer

Methoden II

Mittelwertvergleiche

Infos zur Zwischenklausur

- **Termin:** 12.6.2017, 10.00 Uhr

- Geschrieben wird hier im Hörsaal (HGB-A240)
- Klausurmodus ist single-choice (nur eine Antwort ist richtig)
- Bearbeitungszeit: 45 Minuten

- **Stoff:** Inhalt sämtlicher Folien

- **Tutorium:** 07.06.2017 2 Termine von 16-18 & 18-20 Uhr c.t. im Raum 409 am Institut für Soziologie (Konradstraße 6)

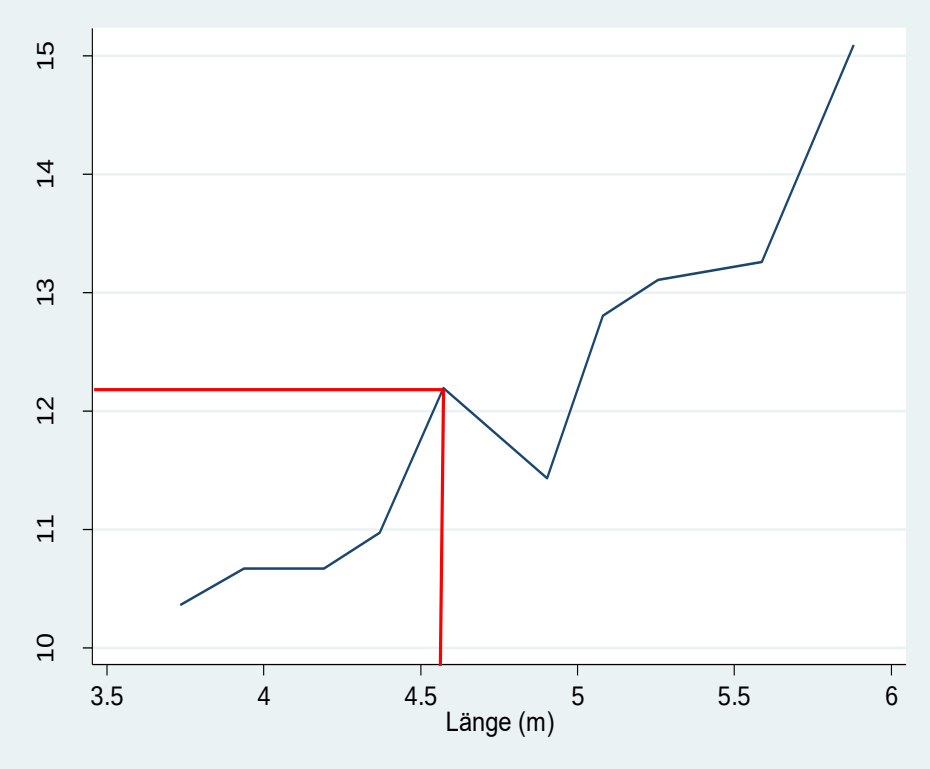
Programm

1. Anmerkung letzte Woche
2. Wiederholungsfragen
3. Mittelwertvergleiche
    1. Einführung
    2. Ein-Stichproben t-test
    3. Zwei-Stichproben t-test
4. Übungsaufgabe

Programm

1. **Anmerkung letzte Woche**
2. Wiederholungsfragen
3. Mittelwertvergleiche
   1. Einführung
   2. Ein-Stichproben t-test
   3. Zwei-Stichproben t-test
4. Übungsaufgabe

Anmerkung letzte Woche



Median Band:

- Für Länge und Wendekreis werden *k* Abschnitte mit identischer Zahl von Beobachtungen gebildet
- Bei beiden Variablen werden lokale Mediane gebildet
- Grafik zeigt Schnittpunkt der Mediane im jeweiligen Abschnitt

Programm

1. Anmerkung letzte Woche
2. **Wiederholungsfragen**
3. Mittelwertvergleiche
   1. Einführung
   2. Ein-Stichproben t-test
   3. Zwei-Stichproben t-test
4. Übungsaufgabe

Programm

1. Anmerkung letzte Woche
2. Wiederholungsfragen
3. **Mittelwertvergleiche**
   1. **Einführung**
   2. Ein-Stichproben t-test
   3. Zwei-Stichproben t-test
4. Übungsaufgabe

Mittelwertvergleiche Einführung

Bisher:

- Gibt es einen Zusammenhang zwischen zwei Variablen?

„Klassische“ Beispiele:

- Soziale Herkunft und erzielte Bildungsabschlüsse
- Einfluss von Bildung (Humankapital) auf Einkommen

Mittelwertvergleiche Verwendung

Vergleich mit bekanntem Wert aus Grundgesamtheit (Repräsentativität):

- Ist eine Stichprobe möglicherweise verzerrt, weil bestimmte Gruppen über-/ unterrepräsentiert sind?
  - Alter
  - Einkommensschichten
  - Herkunft

Mittelwertvergleiche Verwendung

Zusätzlich relevante soziologische Frage:

- Unterscheiden sich Zusammenhänge zwischen Gruppen?

- Unterscheidet sich der Einfluss sozialer Herkunft auf erzielte Bildungsabschlüsse **zwischen Einheimischen und Migrant*innen**?

- **Geschlechterunterschiede** im Einfluss von Bildung (Humankapital) auf Einkommen

Mittelwertvergleiche
Verwendung

- **Zur Beantwortung dieser Fragen wendet man in der Sozialforschung Mittelwertvergleiche an**

  - Ist das Haushaltseinkommen in einer Stichprobe größer als in gesamt Deutschland?

  - Verdienen Männer mehr als Frauen?

Mittelwertvergleiche
Verwendung

- Mittelwertunterschiede in der Stichprobe können entweder auf einen **realen Unterschied in der Grundgesamtheit** zurück geführt werden, oder auf einen **zufällig auftretenden Unterschied**, der durch die Zufallsauswahl entstanden ist.

- Um zu prüfen, ob ein Mittelwertunterschied rein zufällig ist oder ein relevanter Unterschied in der Grundgesamtheit vorliegt, werden **statistische Testverfahren eingesetzt**.

Verschiedene Varianten von Mittelwertvergleichen

- **Entscheidungskriterien bei der Auswahl des Verfahrens:**
  - Unabhängige oder abhängige Messung der Variable(n): Unabhängig: Bsp. Einkommen von Frauen und Männern; Abhängig: Einkommen der Eltern und eigenes Einkommen
  - Zahl der Ausprägungen der unabhängigen Variable: Zwei Ausprägungen: Mittelwertvergleich; Mehr als zwei Ausprägungen: Regressionsanalyse
  - Skalenniveau der abhängigen Variable(n): Metrisch

Entscheidungskriterien bei der Auswahl des Verfahrens

- **Metrische (und bei n >= 30 normalverteilte) abhängige Variable: t-Test**
  - t-test bei einer Stichprobe (Vergleich mit Referenzwert)
  - Zwei-Stichproben t-Test bei unabhängigen Stichproben
  - Zwei-Stichproben t-Test bei abhängigen Stichproben
- **Bei n<30: t-Test kein sinnvolles Verfahren**

Programm

1. Anmerkung letzte Woche
2. Wiederholungsfragen
3. **Mittelwertvergleiche**
   1. Einführung
   2. **Ein-Stichproben t-test**
   3. Zwei-Stichproben t-test
4. Übungsaufgabe

Voraussetzung für den Ein-Stichproben T-Test

1. Auswahl der Befragten mit einer Zufallsstichprobe (iid)

2. Mindestens intervallskalierte Daten

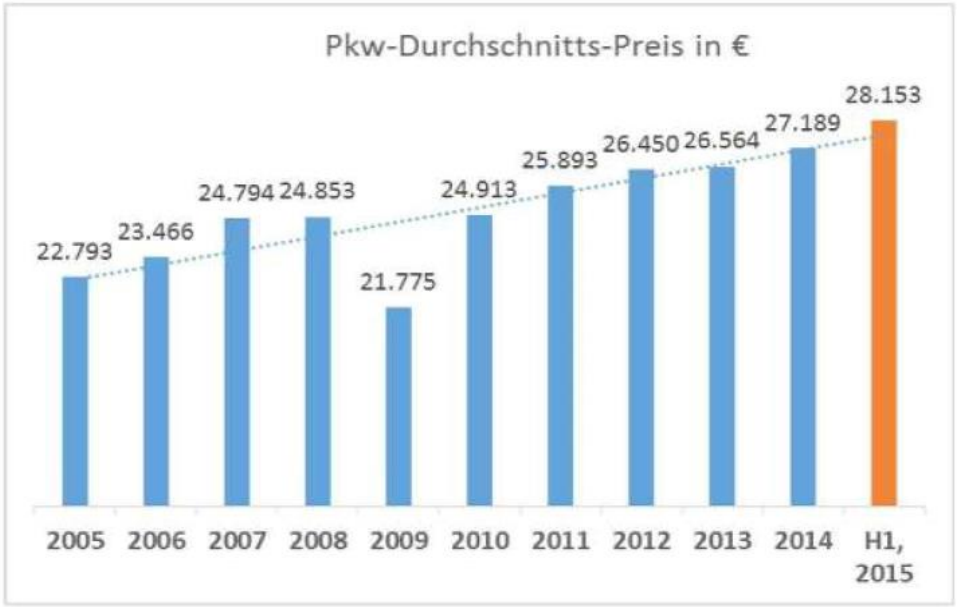
3. Normalverteilte Mittelwerte
   Bei n >= 30:
   Asymptotisch normalverteilte Mittelwerte. D.h. bei einer Stichprobengröße von mehr als 30 Beobachtungen kann angenommen werden, dass die Mittelwerte normalverteilt sind.

Stata Syntax:

```
ttest abvar == #
```

Ein-Stichproben T-Test Anwendung

- **Ein-Stichproben T-Test** prüft, ob ein Variablenmittelwert einer Stichprobe sich von einem Wert μ_0 in der Grundgesamtheit signifikant unterscheidet.



Quelle: CAR Universität Duisburg-Essen

Beispiel:
Unterscheidet sich der mittlere Autopreis 2015 signifikant von Preisen aus dem Jahr 1978?

Ein-Stichproben T-Test Anwendung

- **Zu prüfende Hypothesen:**

$$H_0: \bar{x} = \mu_0$$

$$H_1: \bar{x} \neq \mu_0$$

- H_1: Gemessener Preis eines Autos aus 1978 unterscheidet sich signifikant von 28.153 € (Quelle: CAR 2015)
- H_0: Gemessener Preis eines Autos aus 1978 unterscheidet sich nicht signifikant von 28.153 €

Ein-Stichproben T-Test Anwendung

Vorbereitung:

- Preise anpassen $1\$_{1978} = 3{,}64\$_{2015}$ *(reine Inflationsbereinigung)*

```
gen price_15=price*3.64
```

- Umrechnung $ in €: $1\$_{2015} = 0{,}8780€_{2015}$

```
gen price_15eu=price_15*0.8780
```

Ein-Stichproben T-Test Anwendung

Liegt der Preis eines Autos aus 1978 ($\bar{x}$) bei 28153 € (μ_0) ?

1. Festlegung von H_0 und H_1

$$H_0: \bar{x} = 28.153€$$

$$H_1: \bar{x} \neq 28.153€$$

2. Wahl der Irrtumswahrscheinlichkeit (α) für H_0

α wird üblicherweise in den Sozialwissenschaften auf 0.05 gesetzt.

Ein-Stichproben T-Test: Beispiel (4/4)

- **4. Berechnung der Prüfgröße und Entscheidung über die Verwerfung von H_0**

```
. ttest price_15eu==28153

One-sample t test
```

Variable	Obs	Mean	Std. Err.	Std. Dev.	[95% Conf.	Interval]
price_~u	74	19703.67	1095.791	9426.353	17519.76	21887.58

```
    mean = mean(price_15eu)                                   t =  -7.7107
Ho: mean = 28153                            degrees of freedom =       73

   Ha: mean < 28153                Ha: mean != 28153                 Ha: mean > 28153
 Pr(T < t) = 0.0000            Pr(|T| > |t|) = 0.0000              Pr(T > t) = 1.0000
```

- **Mittelwert**: Der Mittelwert der Stichprobe liegt bei 19703.67 €.
- **Signifikanztest:** Mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von weniger als 0,001% weicht der mittlere Preis von Autos aus 2015 von den Preisen aus 1978 ab.

➢ **H_0 wird verworfen:** Der mittlere Preis eines Autos aus 1978 ist signifikant kleiner als 28.153 €.

Programm

1. Anmerkung letzte Woche
2. Wiederholungsfragen
3. **Mittelwertvergleiche**
    1. Einführung
    2. Ein-Stichproben t-test
    3. **Zwei-Stichproben t-test**
4. Übungsaufgabe

Zwei-Stichproben T-Test

- **Zwei-Stichproben T-Test für unabhängige Stichproben:**

Der Zwei-Stichproben T-Test prüft, ob in der Grundgesamtheit ein in der Stichprobe beobachteter Variablenmittelwert einer Gruppe ($\bar{x}_1$), dem einer anderen Gruppe ($\bar{x}_2$) entspricht.

- **Zu prüfende Hypothesen**:

$$H_0: \bar{x}_1 = \bar{x}_2$$
$$H_1: \bar{x}_1 \neq \bar{x}_2$$

– Beispiel für H_0: Einkommen von Männern ($\bar{x}_1$) entspricht dem Einkommen von Frauen ($\bar{x}_2$).

Zwei-Stichproben T-Test

Modellvoraussetzung für den Zwei-Stichproben T-Test bei unabhängigen Stichproben:

1. Auswahl der Befragten mit einer Zufallsstichprobe (iid)

2. Mindestens intervallskalierte Daten für beide Gruppen

3. Normalverteilte Mittelwerte für beide Gruppen
   - Bei n >= 30 in jeder Gruppe:
     Hat jede Gruppe mehr als 30 Datenpunkte, so können die Mittelwerte als asymptotisch normalverteilt angenommen werden.

Zwei-Stichproben T-Test

Prüfung auf Varianzgleichheit:

- Gleiche Varianzen der Gruppen erlauben effizienteren T-Test
- Überprüfung auf Varianzhomogenität mittels F-Test

Zwei-Stichproben T-Test

Levene F-Test:

- H_0: Gruppen haben gleiche Varianz.
- H_1: Gruppen haben ungleiche Varianz.

p > 0,05:	H_0 beibehalten	→ T-Test für gleiche Varianzen
p < =0,05:	H_0 wird abgelehnt	→ T-Test für ungleiche Varianzen

Stata Syntax:

```
sdtest var, by (groupvar)
```

Testentscheidung & Umsetzung in Stata

- Je nach Ergebnis des Levene F-Tests wird t-Test für verbundene Stichprobe oder unverbundene berechnet

- Stata berechnet zunächst immer t-Test für gleiche Varinzen
- Bei ungleichen Varianzen muss Option *unequal* ergänzt werden

Stata Syntax:

```
ttest var , by(groupvar) unequal
```

Bei ungleicher Varianz zwischen den Gruppen (signifikanter F-Test)

Zwei-Stichproben T-Test Beispiel

Beispiel: Wir vermuten, dass der Preis eines Autos nach Motorleistung variiert

H1: Wenn Autos einen starken Motor haben, dann sind sie teurer.

1. Festlegung von H_0 und H_1

$$H_0: \bar{x}_1 = \bar{x}_2$$
$$H_1: \bar{x}_1 \neq \bar{x}_2$$

2. Wahl der Irrtumswahrscheinlichkeit (α) für H_0

α wird auf 0.05 gesetzt.

Zwei-Stichproben T-Test Beispiel

Operationalisierung der Fragestellung

Zielvariable:

price_15eu (Preis der Autos in € auf 2015 inflationsbereinigt)

Gruppenvariable:

Hubraum (displacement in cu. in.) im Datensatz metrisch

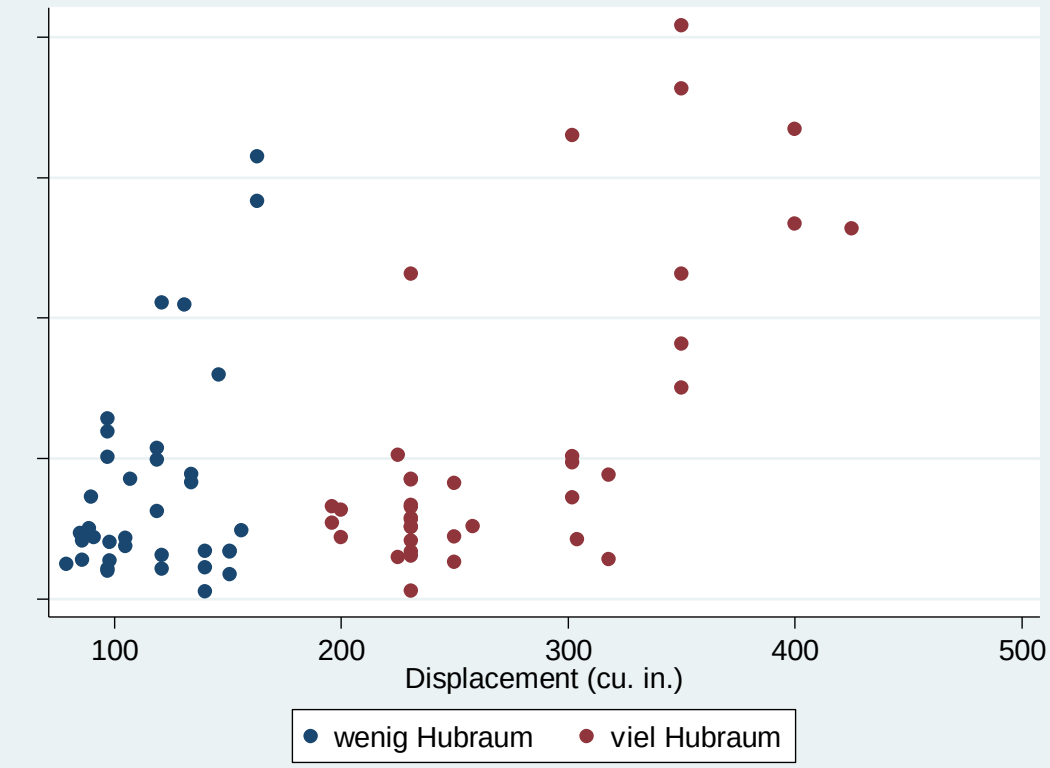
→ Kategorisieren mit Median-Split (Bildung von 2 Gruppen anhand Median)

```
sum displacement,d
gen disp_kat=.
replace disp_kat=1 if displacement<196
replace disp_kat=2 if displacement>=196
lab var disp_kat"Hubraum wenig/viel"
lab def hubk 1"wenig Hubraum" 2"viel Hubraum"
lab val disp_kat hubk
```

Zwei-Stichproben T-Test Beispiel

Grafische Analyse

```
scatter price_15eu displacement if disp_kat==1 ///
|| scatter price_15eu displacement if disp_kat==2
```



Streudiagramm lässt Unterschied vermuten

Varianzhomogenität eher unwahrscheinlich

Zwei-Stichproben T-Test Beispiel

4. Prüfung auf Varianzgleichheit:

```
. sdtest price_15eu, by(disp_kat)

Variance ratio test
```

Group	Obs	Mean	Std. Err.	Std. Dev.	[95% Conf.	Interval]
wenig Hu	36	17765.32	1240.916	7445.494	15246.13	20284.51
viel Hub	38	21540	1745.317	10758.86	18003.65	25076.34
combined	74	19703.67	1095.791	9426.353	17519.76	21887.58

```
    ratio = sd(wenig Hu) / sd(viel Hub)                     f =    0.4789
Ho: ratio = 1                                 degrees of freedom =    35, 37

    Ha: ratio < 1               Ha: ratio != 1                 Ha: ratio > 1
  Pr(F < f) = 0.0154         2*Pr(F < f) = 0.0309          Pr(F > f) = 0.9846
```

Der F Test lehnt die H_0 „Varianzen sind gleich ab.

Es besteht ein signifikanter Varianzunterschied

Somit muss t-Test für ungleiche Varianzen verwendet werden.

Zwei-Stichproben T-Test Beispiel

```
. ttest price_15eu, by(disp_kat) unequal

Two-sample t test with unequal variances
```

Group	Obs	Mean	Std. Err.	Std. Dev.	[95% Conf.	Interval]
wenig Hu	36	17765.32	1240.916	7445.494	15246.13	20284.51
viel Hub	38	21540	1745.317	10758.86	18003.65	25076.34
combined	74	19703.67	1095.791	9426.353	17519.76	21887.58
diff		-3774.676	2141.495		-8050.277	500.9261

```
    diff = mean(wenig Hu) - mean(viel Hub)                     t =  -1.7626
Ho: diff = 0                     Satterthwaite's degrees of freedom =  66.0265

   Ha: diff < 0                 Ha: diff != 0                 Ha: diff > 0
Pr(T < t) = 0.0413         Pr(|T| > |t|) = 0.0826          Pr(T > t) = 0.9587
```

Option für ungleiche Varianz

Zwei-Stichproben T-Test Beispiel

- **Mittelwert**:
  - Autos mit wenig Hubraum kosten im Mittel 17765 €
  - Autos mit viel Hubraum kosten im Mittel 21540 €
- Signifikanztest:

```
   Ha: diff < 0                 Ha: diff != 0                  Ha: diff > 0
Pr(T < t) = 0.0413         Pr(|T| > |t|) = 0.0826          Pr(T > t) = 0.9587
```

  - Autos mit wenig Hubraum sind signifikant günstiger zu einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 4,13% (also signifikant bei α=0.05)

Überblick: Mittelwertvergleiche

Stichprobe	Variable(n)	Verteilung	Test
Ein-Stich-proben-Fall	**Metrisch**	**NV oder n > 30**	**t-Test (eine Stichprobe)** ttest var =Wert

Un-abhängige Stichprobe	**Metrisch**	**NV, n > 30**	**t-Test (unabhängige Stichproben)**
			`ttest var, by(groupvar)`
			`ttest var, by(groupvar) unequal`

		Keine NV, n < 30	**Mann-Whitney-U-Test** `ranksum var , by(groupvar)`
	Ordinal		**Mann-Whitney-Test** `ranksum var , by(groupvar)`
Abhängige Stichprobe	**Metrisch**	**NV oder n > 30**	**t-Test (abhängige Stichproben)** ttest var1 == var2
		Keine NV, n < 30	**Wilcoxon-Rangsummen-Test** `ranksum var , by(groupvar)`
	Ordinal		**Wilcoxon-Vorzeichen-Test** `ranksum var , by(groupvar)`

Übungsaufgaben

Die steigenden Preise für fossile Brennstoffe ändern möglicherweise die Präferenzen von Autokäufern. Demnach wären diese bereit, einen höheren Preis für Autos zu bezahlen, die einen niedrigeren Kraftstoffverbrauch aufweisen. Überprüfen Sie diese Überlegung.

1) Erstellen Sie eine Variable die den Kraftstoffverbrauch aus der amerikanischen Notierung (miles per gallon, Variable „mpg“ in auto.dta) in das deutsche System (Liter pro 100 km) überträgt.
   Formel zur Umrechnung: $\frac{Liter}{100km} = \frac{235}{mpg}$

2) Laut Umweltbundesamt lag der mittlere Kraftstoffverbrauch von Autos im Jahr 2015 bei 7.3 Liter/100 km. Überprüfen Sie, ob sich der mittlere Verbrauch von 1978 signifikant hiervon unterscheidet.

Übungsaufgaben

3) Überprüfen sie, ob Autos mit geringem Kraftstoffverbrauch teurer sind als Autos mit hohem Kraftstoffverbrauch

- Erstellen Sie eine Variable, die den Kraftstoffverbrauch am Median in zwei Kategorien einteilt
- Überprüfen Sie den Zusammenhang zwischen Kraftstoffverbrauch und Preis zunächst grafisch
- Wenden Sie den zweiseitigen t-Test an, um genauere Aussagen über den Zusammenhang treffen zu können. Überprüfen Sie zuvor welche Variante in diesem Fall geeignet ist.
- Interpretieren Sie die Ergebnisse inhaltlich, lässt sich die Hypothese bestätigen, oder muss sie abgelehnt werden?